

# Hoja de ejercicios 1

Ejercicio 1: Hallar la distribución exacta de la media muestral si la muestra procede de una población  $X$  tal que:

- a)  $X \sim B(1, p)$ .
- b)  $X \sim \exp(\lambda)$ .
- c)  $X \sim Cauchy$ .
- d)  $X \sim N(\mu, \sigma)$ .
- e) Distribución asintótica de  $\bar{X}$  si la distribución de la población es desconocida.

Ejercicio 2: Calcular la distribución exacta del estadístico  $\sum_{i=1}^n X_i$  obtenido a partir de muestras de tamaño  $n$  de una población  $X$  tal que:

- a)  $X \sim N(0, 1)$ .
- b)  $X \sim \exp(\lambda)$ .
- c)  $X \sim B(m, p)$ .
- d)  $X \sim P(\lambda)$ .
- e)  $X \sim \Gamma(a, p)$ .

Ejercicio 3: En una urna hay 100 pelotas enumeradas. Se extraen 10 pelotas con remplazamiento. Sea  $\bar{X}$  el estadístico media muestral de los numero obtenidos. Determinar  $E\bar{X}$  y  $Var\bar{X}$ .

Ejercicio 4: Obtener la función de verosimilitud muestral si  $X_1, \dots, X_n$  es m.a.s. de  $X$  tal que:

- a)  $X \sim B(1, p)$ .
- b)  $X \sim B(m, p)$ .
- c)  $X \sim P(\lambda)$ .
- d)  $X \sim U(a, b)$ .
- e)  $X \sim \exp(\lambda)$ .
- f)  $X \sim \Gamma(a, p)$ .
- g)  $X \sim N(\mu, \sigma)$ .

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the word 'Cartagena'. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

$X$	0	1	2
$P(X = x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

Se selecciona una muestra de tamaño  $n = 2$  y se pide: a) Obtener la f. de probabilidad de la m.a.s.

b) Obtener la f. de probabilidad de  $\bar{X}$ .

c) Obtener la f. de probabilidad de  $S^2$  y la cuasivarianza .

d) Comprobar que  $E\bar{X} = EX$ ,  $Var\bar{X} = \frac{varX}{n}$ ,  $ES^2 = \frac{n-1}{n}VarX$  y que la Esperanza de la cuasivarianza es igual a la Varianza Poblacional.

Ejercicio 6: Sea  $X_1, \dots, X_n$  m.a.s. de una población  $X$ . Calcula la Cota de Cramer-Rau y el Estimador Insesgado de Mínima Varianza si:

a)  $X \sim B(m, p)$ .

b)  $X \sim P(\lambda)$ .

c)  $X \sim N(\mu, \sigma_0)$ .

Ejercicio 7: Sea  $X_1, \dots, X_n$  m.a.s. de una población  $X$ . Determinar un estadístico suficiente para:

a)  $p$  si  $X \sim B(m, p)$ .

b)  $\theta$  si  $X \sim U(0, \theta)$ .

c)  $\lambda$  si  $X \sim exp(\lambda)$ .

d)  $a$  si  $X \sim \Gamma(a, p_0)$ .

e)  $p$  si  $X \sim \Gamma(a_0, p)$ .

f)  $\mu$  si  $X \sim N(\mu, \sigma_0)$ .

g)  $\sigma$  si  $X \sim N(\mu_0, \sigma)$ .

h)  $p$  si  $X \sim P(\lambda)$ .

Ejercicio 8: Sea  $X_1, \dots, X_n$  m.a.s. de una población  $X$ . Determinar un estadístico Insesgado de Mínima Varianza corrigiendo el sesgo del estadístico suficiente para:

a)  $p$  si  $X \sim P(\lambda)$ .

b)  $p$  si  $X \sim \Gamma(a_0, p)$ .

c)  $\sigma$  si  $X \sim N(\mu_0, \sigma)$ .

d)  $\mu$  si  $X \sim N(\mu, \sigma_0)$ .

e)  $\theta$  si  $X \sim U(0, \theta)$ .

f)  $\lambda$  si  $X \sim exp(\lambda)$ .

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Máximo Verosimil para:

- a)  $p$  si  $X \sim B(m, p)$ .
- b)  $p$  si  $X \sim P(\lambda)$ .
- c)  $\theta$  si  $X \sim U(0, \theta)$ .
- d)  $a$  si  $X \sim \Gamma(a, p_0)$ .
- e)  $p$  si  $X \sim \Gamma(a_0, p)$ .
- f)  $\mu$  si  $X \sim N(\mu, \sigma_0)$ .
- g)  $\sigma$  si  $X \sim N(\mu_0, \sigma)$ .

Ejercicio 10: Sea  $X_1, \dots, X_n$  m.a.s. de  $X \sim f(x, \theta)$  siendo:

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{fuera} \end{cases}$$

Determinar:

- a) El estimador Máximo Verosimil
- b) El estimador Insesgado de Mínima Varianza.
- c) Coinciden? Alcanzan la Cota de Cramer-Rao?

Ejercicio 11: Sea  $X_1, \dots, X_n$  m.a.s. de  $X \sim f(x, \theta)$  siendo:

$$f(x, \theta) = \begin{cases} e^{-x} e^{\theta} & \text{si } x \geq \theta \\ 0 & \text{fuera} \end{cases}$$

Determinar:

- a) El estimador Máximo Verosimil
- b) El estimador Insesgado de Mínima Varianza.
- c) Coinciden? Alcanzan la Cota de Cramer-Rao?

Ejercicio 12: Sea  $X_1, \dots, X_n$  m.a.s. de  $X \sim N(\mu, \sigma)$  con  $\mu$  y  $\sigma$  desconocidos. Obtener el E.M.V. de  $\mu$  y  $\sigma$ .

Ejercicio 13: Sea  $X_1, \dots, X_n$  m.a.s. de  $X \sim f(x, \theta)$  siendo:

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

- a) Obtener un estadístico suficiente para estimar  $\theta$
- b) El estimador Insesgado de Mínima Varianza.
- c) Alcanza la cota de Cramer-Rao
- d) El estimador M'aximo Verosimil
- b) Obtener el estimador por el método de los momentos para  $\theta$
- c) Decir si cada uno de los estimadores anteriores es consistente para  $\theta$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white shadow effect is visible beneath the text.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**